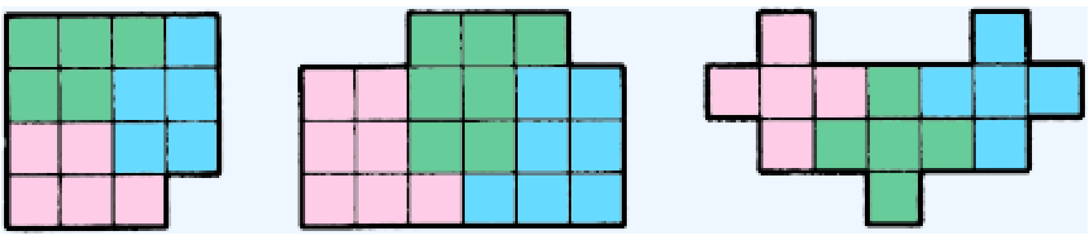
13.03.2018

Региональный этап Х республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 4 класс

1. $9 = 2\times2\times2+2:2$
   $10=(2\times2+2:2)\times2$
   $11 = (22 \times (2:2)):2$
   $12 = (22:2) + (2:2)$
   $13 = (22 + 2 + 2):2$
   $14 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 2$
   $15 = 22:2 + 2 \times 2$.
2. Ответ: **15 мин.** Если бы Мацака вышла на 10 минут позже, то догнала бы Лиду через 30 минут (у школы). Так как 5 вдвое меньше 10-ти, то Мацака нагонит ее вдвое быстрее. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).
3. Ответ: **71, 136.** Чтобы получить очередное число, надо умножить предыдущее на 2 и вычесть порядковый номер предыдущего числа.
4. Ответ**: 810.**

   Превратим однозначные числа в двузначные, приписав к каждому по одной цифре.
   Далее все 99 таких чисел превратим в трехзначные, добавив к каждому по одной цифре.
   Теперь все числа стали трехзначными, т.е
   $2322 + 9 + 99 = 2430$ — кол-во использованных цифр
   $2430 : 3 = 810$
   Ответ: 810 стр
5. 1 верное разрезание -2 балла, 2 разрезания -5 баллов, 3 разрезания-7 баллов.

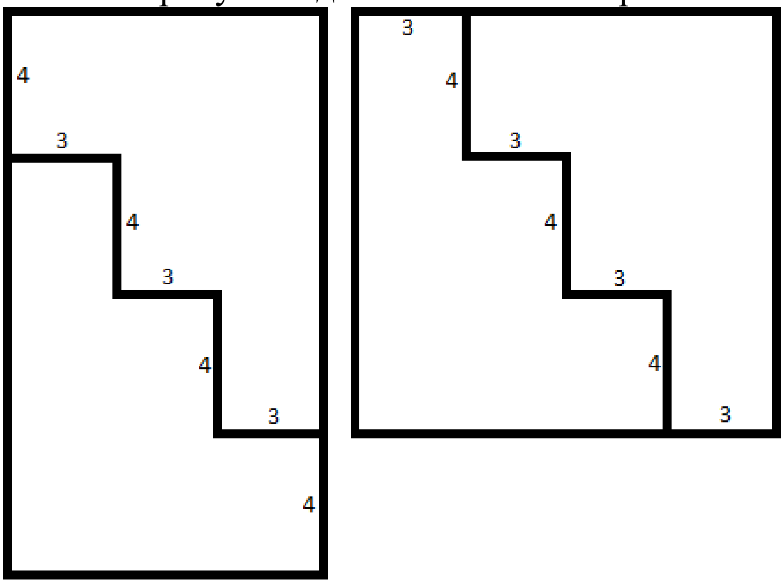


13.03.2018

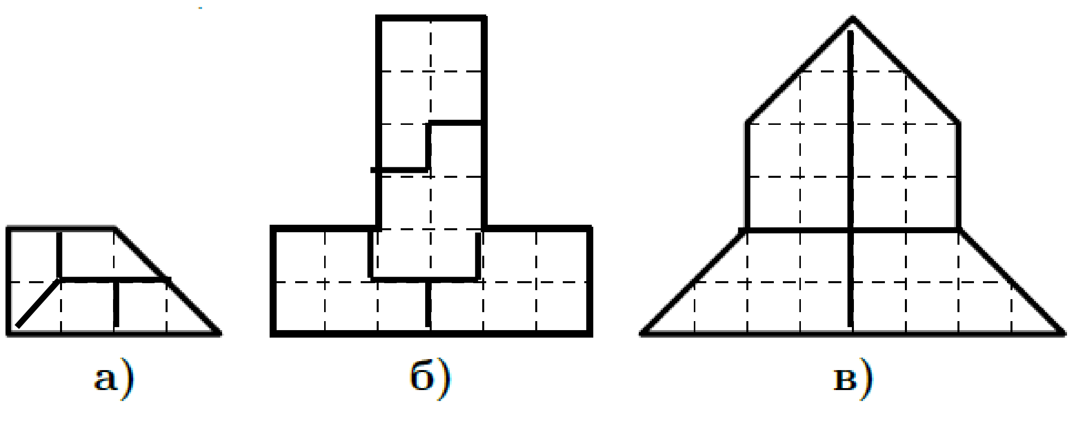
Региональный этап Х республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 5 класс

1. $(9+8+7+6-5)\cdot(4+3-2-1) = 100$
   $(1+2+3+4)\cdot(5+6)+7-8-9 = 100$
   $(1+2+3+4+5+6+7)+8\cdot9=100$
2. Ответ: **200 м.** Пусть длина поезда равна х метров, тогда 400+х расстояние, который пройдет поезд мимо моста от первого вагона до последнего метров, в три раза больше длины поезда. 3х-х=400, х=200 м. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).
3. Ответ:
   а) **42.** К числу, стоящему на месте n прибавляется число 2n + 2.
   б) **4.** Каждое число-это количество букв в словах из последовательности натуральных числе : один, два, три,…
4. Ответ: на рисунке одно из возможных решений.



5. 1 верное разрезание -2 балла, 2 разрезания -5 баллов, 3 разрезания-7 баллов.



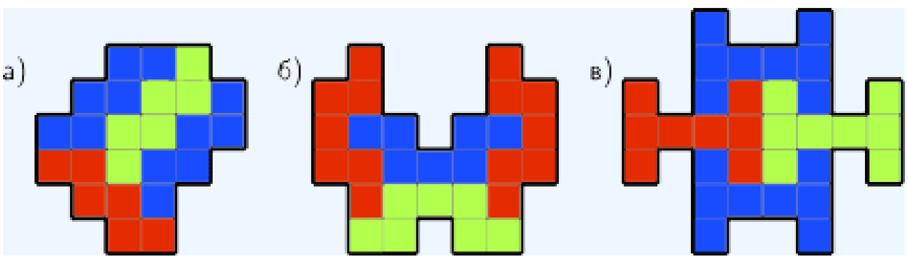
а) б) в)

13.03.2018

Региональный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 6 класс

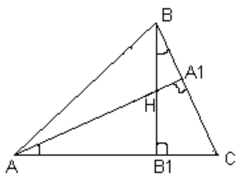
1. Ответ: **2017, 2018 и 2019.** Пусть n – 1; n и n + 1 – три последовательных целых числа, тогда их сумма равна 3n, то есть утроенному второму числу. Так как (a – b + 2017) + (b – c + 2018) + (c – a + 2019) = 6054, то n = 2018. Значит, n – 1 = 2017; n + 1 = 2019.
2. Ответ: **1,5 минуты.** Решение: Так как 60 : 45 = $\frac{4}{3}$, то во втором случае за минуту можно было бы пройти $\frac{4}{3}$ эскалатора, то есть, на $\frac{1}{3}$ эскалатора больше, чем в первом случае. Это происходит за счет увеличения скорости человека в 2 раза. Следовательно, собственная скорость человека равна $\frac{1}{3}$ неподвижного эскалатора в минуту. Так как в первом случае можно спуститься за одну минуту, то скорость движения эскалатора равна $\frac{2}{3}$ неподвижного эскалатора в минуту. Значит, искомое время спуска равно: 1 : $\frac{2}{3}$ = 1,5 минуты. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).
3. Ответ: **40 500 000 001.**Добавим к этим числа ноль и составим 500 миллионов пар: (0, 999 999 999), (1, 999 999 998) и так далее. В каждой паре сумма цифр равна 81, и кроме того, мы забыли число 1 000 000 000; поэтому общая сумма равна 500 000 000 × 81 + 1 = 40 500 000 001.
4. Ответ:**4х4 и 3х6.** P=2(a+b) S=ab, где a-ширина, b-длина. Так как числовые значения периметра и площади равны. Получим уравнение 2(a+b)=ab.
   1 способ. Разделим обе части на 2ab и получим дроби $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}$. Перебором суммы аликвотных дробей получим два решения: 1) a=4 b=4, 2) a=3 b=6.
   2 способ. Решим уравнение 2(a+b)=ab в натуральных числах. 2a+2b-ab=0 a(2-b)-2(2-b)+4=0 (2-b)(a-2)= -4 (b-2)(a-2)=4. Осталось рассмотреть 3 различных случая разложения числа на множители. 1) a=4 b=4, 2) a=3 b=6. 3) b=3 a=6.(1 правильный ответ- 4 балла, 2 ответа -7 баллов)
5. 1 верное разрезание -2 балла, 2 разрезания -5 баллов, 3 разрезания-7 баллов.



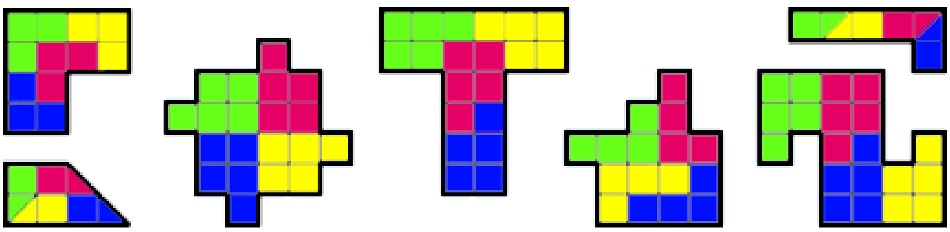
Региональный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 7 класс

1. Ответ: ***a* = 6.** Заметим, что число 35! делится на 9, так как содержит множитель 9. Следовательно, сумма цифр записанного числа должна делиться на 9. Подсчитаем ее: 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 4 + 7 + 9 + 6 + 6 + 3 + 8 + 6 + 1 + 4 + 4 + 9 + 2 + 9 + a + 6 + 6 + 6 + 5 + 1 + 3 + 3 + 7 + 5 + 2 + 3 + 2 = 138 + ***a***. Так как ***a*** – цифра, то 138 ≤ 138 + ***a*** ≤ 147. В этом промежутке есть ровно одно число, делящееся на 9. Этим числом является 144, то есть ***a*** = 6.
2. Ответ: **2 секунды.** Из условия задачи следует, что одно и то же расстояние чайка пролетает за 12 секунд, а катер проходит за 12 + 3 = 15 секунд. Следовательно, отношение скорости чайки к скорости катера (до входа в залив) равно 15 : 12 = 5 : 4. После того, как катер войдет в залив, это отношение станет равным 5 : 2. Значит, чтобы теперь преодолеть одно и то же расстояние, чайке потребуется в 2,5 раза меньше времени, чем катеру. Так как разница во времени по-прежнему составляет три секунды, то из уравнения 2,5t – t = 3, где t – искомое время, находим, что t = 2.
   (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).
3. Ответ: **на 100-м, 101-м и 102-м местах.** До того, как было записано число 50, цифра 5 встречалась только в разряде единиц, поэтому даже двух пятерок подряд быть не могло. Три цифры 5 подряд в первый раз встретятся в сочетании ...54-55-56... . От 1 до 9 в ряду стоят 9 цифр, а от 10 до 54 – 45 двузначных чисел, то есть всего до первой нужной цифры 5 стоят 99 цифр. Таким образом, три цифры 5 стоят на 100-м, 101-м и 102-м местах.
4. Ответ: **45°.** Рассмотрим прямоугольные треугольники AB_1H и BB_1C (см. рис.): $AH = BC$ (по условию); $\angle HAC = 90° - \angle ACB = \angle B_1BC$, следовательно, эти треугольники равны по гипотенузе и острому углу. Из равенства треугольником получим, что $AB_1 = BB_1$, значит $\Delta\ ABB_1$ – прямоугольный и равнобедренный, то есть, $\angle BAC = \angle ABB_1 = 45°$.



5. 1 балл за 1 верное разрезание,….,7 баллов за 7 верных разрезаний.



13.03.2018

Региональный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

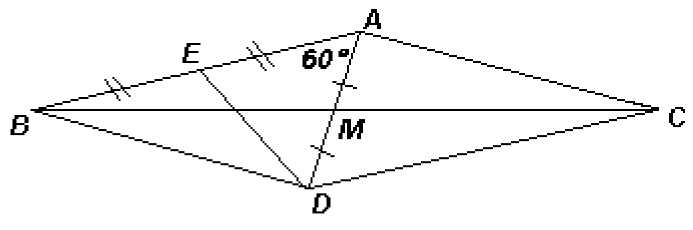
Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 8 класс

1. Ответ: 2 или –1.Пусть $\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=x$, тогда $a+b=cx$; $b+c=ax$; $c+a=bx$.
Сложив полученные равенства почленно, получим: $2(a+b+c)=(a+b+c)x$.
Это равенство может выполняться в двух случаях:
1) если $a+b+c\neq 0$, тогда $x=2$;
2) если $a+b+c=0$, тогда $x=\frac{a+b}{c}=\frac{-c}{c}=-1$.

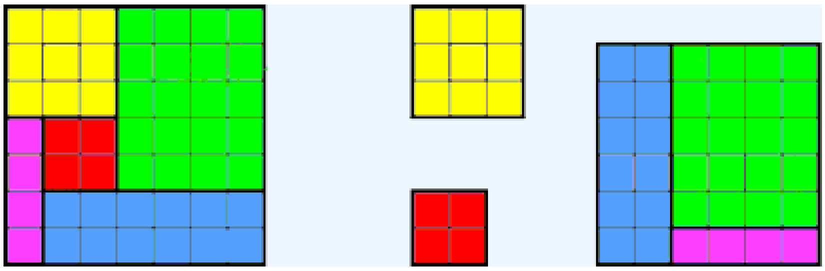
2. **Ответ: 29 км**. Пусть x км/ч и y км/ч — скорости пешехода и велосипедиста соответственно, а искомое расстояние равно s км.. Если встреча произошла в течение второго часа, то s = x + y + 3, а по окончании второго часа расстояние между ними составило x + y – 3 = 23 км, так что s = 29.(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

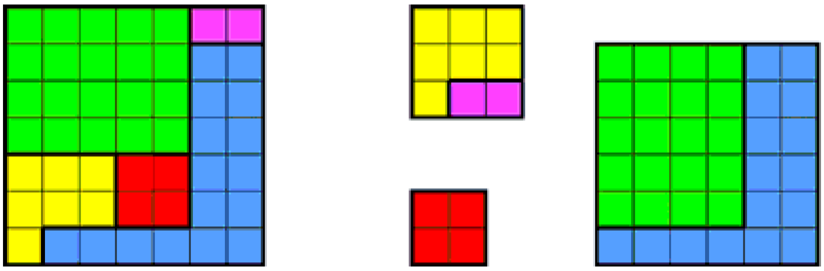
3. Ответ: $1-\frac{1}{2018!}$ Воспользуемся формулой
$$\frac{n}{(n+1)!}=\frac{n+1}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}.$$
$$\frac{1}{1!}-\frac{1}{2!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\ldots+\frac{1}{2017!}-\frac{1}{2018!}=1-\frac{1}{2018!}$$

4. Ответ: **150°.** Продлим медиану AM на ее длину: $DM=AM$, тогда $ABDC$ – параллелограмм (см. рис.). В треугольнике ABD проведем медиану DE, тогда $AE=\frac{1}{2}AB=AD$. Таким образом, треугольник ADE – равнобедренный с углом 60°, то есть ADE – равносторонний. Следовательно, в треугольнике ABD медиана DE равна половине стороны AB, к которой она проведена, значит, треугольник ABD – прямоугольный ($\angle ADB=90°$). Тогда $\angle CAD=\angle ADB=90°$, $\angle BAC=\angle BAD+\angle CAD=150°$.



5. 1 верное разрезание -4 балла, 2 разрезания -7.





Региональный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

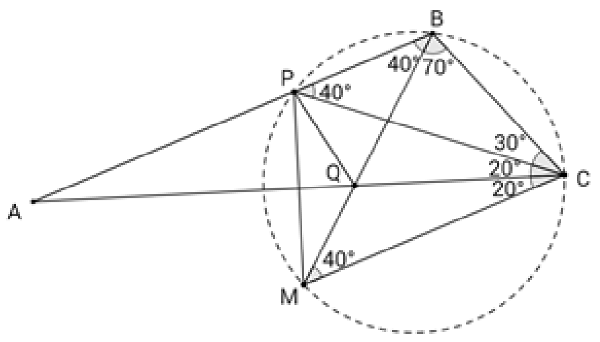
Ответы к олимпиадным заданиям по математике (УДЕ) 9 класс

1. Ответ: **0.** По основному свойству пропорции: $(x + a)(y + a) = (x + b)(y + b)$. Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые: $ax + ay + a^2 = bx + by + b^2$. Переносим слагаемые в одну часть, группируем и раскладываем на множители: $(a - b)x + (a - b)y + (a - b)(a + b) = 0$; $(a - b)(x + y + a + b) = 0$. Так как $a \neq b$, то $x + y + a + b = 0$.

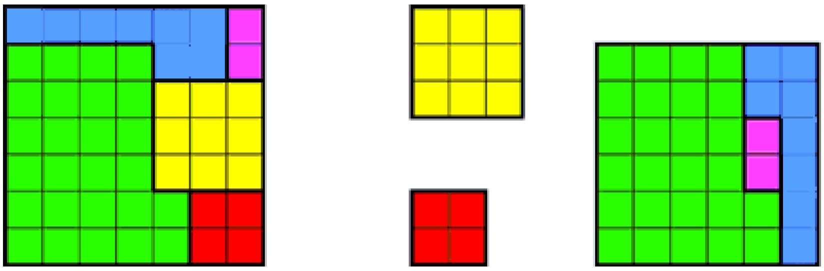
2. **Ответ: 5 км/ч.** Второй велосипедист был в пути на $1^1/_6$ часа меньше, чем первый (к моменту встречи второго велосипедиста с пешеходом). Если бы он выехал одновременно с первым велосипедистом, то был бы в середине пути на час раньше момента своей встречи с пешеходом. Следовательно, ему понадобилась $^1/_6$ часа, чтобы проехать путь от места встречи с пешеходом до середины пути. Это же расстояние пешеход проходит за час. Поэтому скорость велосипедиста в 6 раз больше скорости пешехода. На 20 км пешеход затратил времени на $7^1/_3 - 4 = {}^{10}/_3$ часа больше, чем первый велосипедист. Значит, он прошёл 20 км за $^6/_5 \cdot {}^{10}/_3 = 4$ часа. При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).

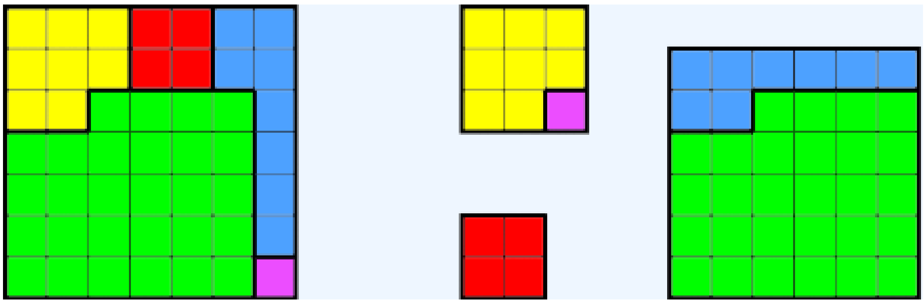
3. Ответ:**91.** Вычислим несколько первых членов последовательности: $a_2 = 16 \cdot 13 = 208$, $a_3 = 10 \cdot 13 = 130$, $a_4 = 4 \cdot 13 = 52$, $a_5 = 7 \cdot 13 = 91$, $a_6 = 10 \cdot 13 = 130 = a_3$. Так как при вычислении каждого следующего числа используется только предыдущее число, то далее члены последовательности будут повторяться с периодом 3. Число 2018 не кратно 3, поэтому $a_{2013} = a_3 = 130, \ldots a_{2018} = a_5 = 91$.

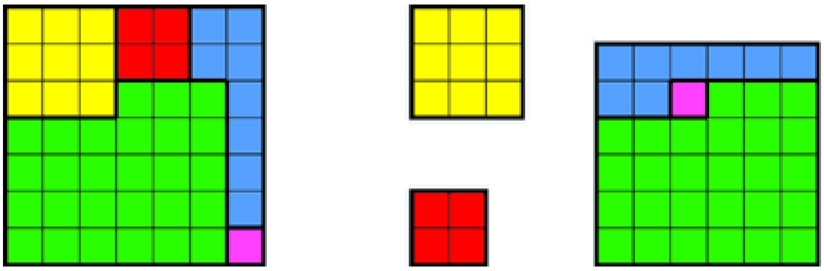
4. **Ответ**: 40°. **Решение**. Из условия задачи следует, что $\angle BPC = 40°$, $\angle QBC = 70°$ (см. рис.). Проведем луч, симметричный лучу CP относительно прямой AC. Пусть M – точка пересечения этого луча с лучом BQ. Тогда $\angle MCQ = \angle PCQ = 20°$. Так как $\angle PCM = 40° = \angle PBM$, то четырехугольник $PBCM$ – вписанный, значит, $\angle MPC = \angle MBC = 70°$. Тогда из треугольника MPC получим, что $\angle PMC = 70° = \angle CPM$, то есть этот треугольник равнобедренный. Его биссектриса CA является серединным перпендикуляром к стороне PM, значит, точки M и P симметричны относительно нее. Следовательно, $\angle QPC = \angle QMC = 40°$.



5. 1 верное разрезание -2 балла, 2 разрезания -5 баллов, 3 разрезания-7 баллов.





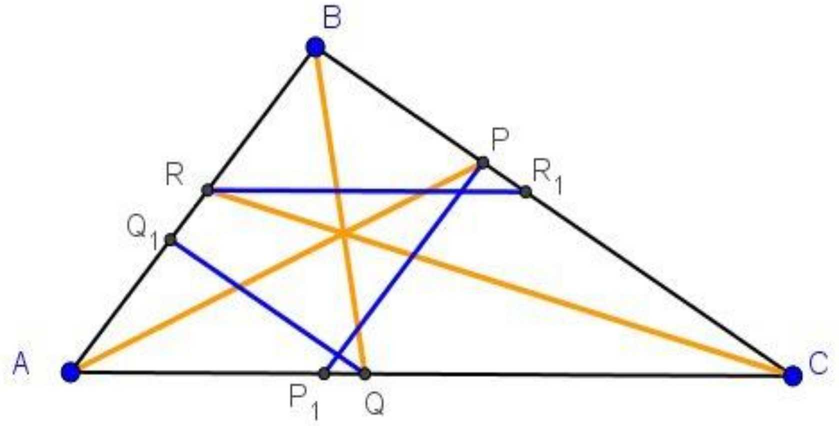


Региональный этап X республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы на олимпиадные задания по математике (УДЕ) 10 класс

1. **Ответ**: **64.Решение**. Так как 1047 дает остаток 23 при делении на A, то 1047 – 23 = 1024 делится на A. Аналогично, 1047 дает остаток 7 при делении на $A + 1$, значит, 1047 – 7 = 1040 делится на $A + 1$. Так как $1024 = 2^{10}$, то $A = 2^n$, где n – натуральное и $n \le 10$. При этом, $A > 23$, поэтому $n \ge 5$. Осталось выяснить, какие из чисел: $2^5 + 1$, $2^6 + 1$, $2^7 + 1$, $2^8 + 1$, $2^9 + 1$, $2^{10} + 1$ являются делителями числа 1040. Непосредственной проверкой убеждаемся, что этому условию удовлетворяет только одно из этих чисел: $2^6 + 1 = 65$. Следовательно, $A = 2^6$.
2. Ответ: 3 часа. Отец проезжает с первым сыном 24 км (на это уходит $1^1/_5$ часа). За это время второй сын пройдет 6 км. Далее первый сын идет пешком (на это уйдет $1^4/_5$ часа, то есть он придет к бабушке как раз через 3 часа). Отец возвращается за вторым сыном (между ними 18 км, а сближаются они со скоростью 30 км/ч, поэтому на это уйдет $^3/_5$ часа). При этом второй сын шел пешком то же время ($1^4/_5$ часа), что и первый, значит, он с отцом прибудет к бабушке в то же время. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).
3. Ответ: $\dfrac{2^{1001}-2}{3}-500$**.** Решение. Уберем первое слагаемое – оно равно 0 – и вместо суммы остальных 1000 слагаемых рассмотрим сумму $2/3+2^2/3+2^3/3+..+2^{1000}/3$.Это – сумма геометрической прогрессии, и она равна $(2^{1001}-2)/3$. Теперь заменим все ее слагаемые целыми частями. Заметим, что ни одно из этих слагаемых не является целым, а сумма любых двух последовательных слагаемых – целое число (потому что $2^k/3+2^{k+1}/3=(3\cdot 2^k)/3=2^k$. Ясно, что если сумма двух нецелых чисел – целое число, то сумма их целых частей меньше суммы самих чисел на 1 ($[\alpha+\beta]=[[\alpha]+\{\alpha\}+[\beta]+\{\beta\}]=[\alpha]+[\beta]+[\{\alpha\}+\{\beta\}]=[\alpha]+[\beta]+[1]=[\alpha]+[\beta]+1$).Поэтому при замене каждых двух последовательных членов нашей геометрической прогрессии целыми частями сумма уменьшается на 1, а так как в сумме всего 1000 слагаемых, то при замене целыми частями их всех она уменьшится на 500.
4. Ответ.**0,95.** По свойству биссектрисы (см.рис) $\frac{BP}{PC}=\frac{AB}{AC}=\frac{c}{b}$ Из подобия треугольников BCA и PCP_1 получаем $PP_1=AB\cdot\frac{CP}{BC}=\frac{bc}{b+c}$. Тогда $\frac{1}{PP1}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

   Аналогично: $\frac{1}{QQ1}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$ $\frac{1}{RR1}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$. Подставим значения 4,8,10 и получим 0,95.

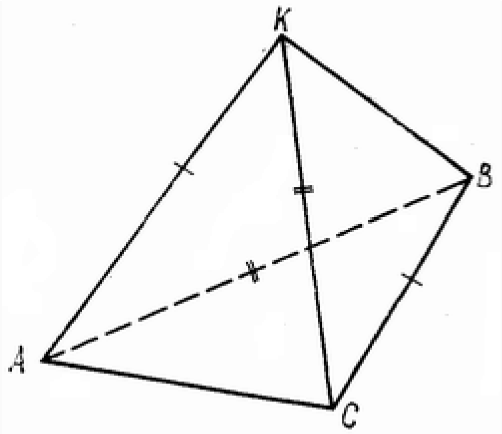


5. Ответ: **4*S* .**

Решение

Допустим, что известна площадь грани $ABC=S$ (см.рис.).

Запишем, что периметры всех граней равны:
$AK+KB+AB=AB+AC+CB$, (1)
$AK+KC+AC=KC+CB+KB$, (2)
$AK+KB+AB=KB+BC+KC$. (3)
Сложив равенства (1) и (2) почленно, найдем, что $AK=BC$. Подставив вместо AK в равенство (3) BC , найдем, что $AB=KC$. Затем из (1) $AC=KB$. Отсюда легко получается, что все грани тетраэдра равны между собой, а площадь его поверхности равна $4S$.



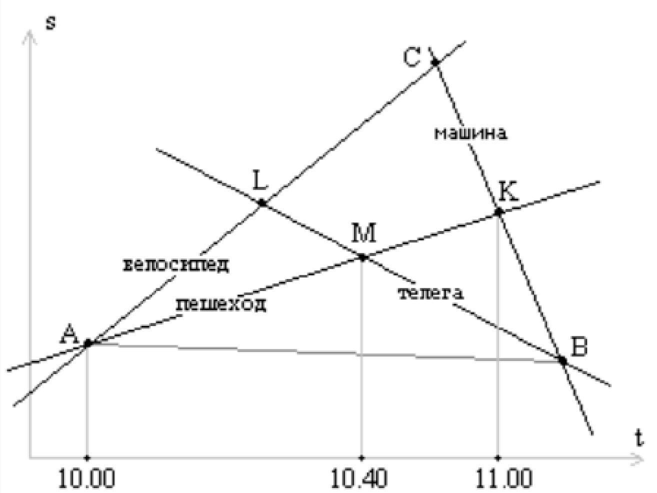
13.03.2018

Региональный этап Х республиканской олимпиады школьников по технологии УДЕ академика РАО П.М.Эрдниева в 2017-2018 учебном году

Ответы на олимпиадные задания по математике (УДЕ) 11 класс

1. **Ответ: 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 13, 14.** Решение. Рассмотрим сумму десяти возможных сумм по 9 чисел. Так как каждое из исходных чисел входит в эту сумму 9 раз, то она делится на 9. Сумма девяти сумм, заданных в условии, равна 813, то есть имеет остаток 3 при делении на 9. Следовательно, неизвестная сумма должна давать остаток 6 при делении на 9. Из девяти заданных сумм этому условию удовлетворяет только 87, значит, сумма десяти исходных чисел равна (813 + 87) : 9 = 100. Вычитая из числа 100 заданные суммы и учитывая, что 87 повторится дважды, получим ответ.
2. Ответ:**10:40**

   1 способ. Нарисуем графики движения и отметим их точки пересечения. Пусть обгонам и встречам велосипедиста соответствуют точки A, L, C, машины – точки C, K, B, а встрече телеги с пешеходом – точка M (см. рис). По условию, L и K – середины сторон AC и BC треугольника ABC, следовательно, M – точка пересечения его медиан. M делит медиану AK в отношении 2 : 1, поэтому и проекция точки M делит временной отрезок от 10 до 11 часов в том же отношении. Значит, встреча произошла в 10.40.



   2 способ. Посмотрим на всё с точки зрения телеги. Она стоит на месте в точке Т, слева из точки А к ней приближаются пешеход и велосипедист, а справа – машина. Пусть велосипедист встречает машину в точке В, а пешеход – в точке С. По условию велосипедист проезжает отрезки АТ и ТВ за одно время, поэтому Т – середина АВ. Машина проезжает отрезки ВС и СТ за одно время, поэтому С – середина ТВ. Пешеход проходит АС за час, следовательно, отрезок АТ = 2/3АС он проходит за 40 минут.(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: полное верное решение прямой задачи 3 балла, составление текста обратной задачи -1 балл, полное верное решение обратной задачи-3 балла).
3. Ответ: **1500.** Решение: Пусть х – искомое число, тогда ряд чисел, кратных двум в этом ряду - $\left[\frac{x}{2}\right]$, кратны трем - $\left[\frac{x}{3}\right]$, кратны шести - $\left[\frac{x}{6}\right]$. Но числа кратны шести, кратны двум и трем, т.е. будут подсчитаны трижды. Поэтому из суммы чисел. Кратных двум,

трем, шести надо вычесть удвоенное количество чисел кратных шести. Тогда уравнение для решения той задачи имеет вид: $\left[\frac{x}{2}\right]+\left[\frac{x}{3}\right]+\left[\frac{x}{6}\right]=1$

Введем обозначения: $\left[\frac{x}{2}\right]=a,\ \left[\frac{x}{3}\right]=b,\ \left[\frac{x}{6}\right]=c$

Тогда a+b-c=1000 (*) и по определению целой части числа имеем:

$a\le\frac{x}{2}<a+1,\ b\le\frac{x}{3}<b+1,\ \ c\le\frac{x}{6}<c+1.$

Домножив каждое неравенство почленно на 6, получим:

$6a\le 3x<6a+6,$

$6b\le 2x<6b+6,$

$6c\le x<6c+6$

Складывая первые два неравенства, и вычитая из них суммы третье неравенство, получим: $6(a+b+c)\ \le 4x< 6(a+b+c)+6$

Воспользуемся равенством (*), тогда: $6000\le 4x<6006,$

$1500\le x< 1501$

Решениями уравнения будут числа: 1500 и 1501, но по условию задачи подходит только число 1500.

4. Ответ: Ответ: $(4;2\sqrt{22})\cup(5\sqrt{10};22)$.

Решение: Для того, чтобы треугольник существовал, должны выполняться условия:

$$\begin{cases}9+13>a,\\9+a>13.\\a+13>9,\end{cases}\Leftrightarrow a\in(4;22).$$

Тупой угол может находиться напротив стороны a (обозначим его α) или 13 (обозначим его β).

1 случай. По Теореме косинусов: $\cos\alpha=\frac{(9^2+13^2)-a^2}{2\cdot 9\cdot 13}=\frac{250-a^2}{234}$. Так как угол тупой, $\cos\alpha<0$, тогда $250-a^2<0$, откуда $a\in\left(-\infty;-5\sqrt{10}\right)\cup\left(5\sqrt{10};+\infty\right)$. С учетом условия существования треугольника, $a\in\left(5\sqrt{10};22\right)$.

2 случай. Аналогично, $\cos\beta=\frac{(9^2+a^2)-13^2}{2\cdot 9\cdot a}=\frac{88-a^2}{18a}<0$, откуда $a\in\left(-\infty;-2\sqrt{22}\right)\cup\left(0;2\sqrt{22}\right)$. С учетом условия существования треугольника, $a\in\left(4;2\sqrt{22}\right)$.

5. Проведём через прямую AB плоскость, параллельную прямой CD. Пусть C' и D' — проекции точек C и D на эту плоскость. Покажем, что прямая AB делит отрезок $C'D'$ пополам. Действительно, проекция тетраэдра $ABCD$ на плоскость, перпендикулярную прямой AB, представляет собой равнобедренный треугольник, поскольку две его стороны равны высотам (равновеликих) треугольников ACB и ADC, опущенных из вершин C и D на сторону AB. Аналогично доказывается, что прямая CD делит пополам проекцию ребра AB на плоскость, проходящую через прямую CD параллельно прямой AB. Таким образом, $AC'BD'$ — параллелограмм. Из равенства $BC'=AD'$ следует равенство $BC=AD$. Равенства длин остальных пар противоположных рёбер доказываются аналогично.