

VI республиканская олимпиада учителей математики «КУБ»

1 модуль «Малая олимпиада»

1. Существует ли четырёхзначное число, сумма цифр которого в 25 раз меньше их произведения?
2. В параллелограмме ABCD точки M и N – середины BC и CD соответственно. Прямые AM и AN пересечены диагональю BD в точках K и L.
 - а) Докажите, что $BK=KL=LD$.
 - б) Могут ли лучи AM и AN делить угол BAD на три равные части?

2 модуль «Марафон ГИА»

3. Многочисленное число 123456789101112...9991000 получено в результате последовательной записи без пробелов тысячи первых натуральных чисел. а) Какое наибольшее количество одинаковых цифр, стоящих рядом, содержится в записи этого числа? б) Сколько всего цифр содержится в записи данного числа? в) Какая цифра в записи этого числа стоит на 2018-м месте?
4. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+1) \cdot \log_{x+5}(4-x) \geq 0 \\ \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2 \end{cases}$$

3 модуль «Методический блок»

Решите задач №5 и №6 возможно большим числом способов.

5. Разделите трапецию ABCD, у которой углы ABC и ACD равны, отрезком на две подобные фигуры. Докажите, что фигуры подобны.
6. Найдите сумму $x + y$, если известно, что $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$

4 модуль «УДЕ»

7. Решите задачу:
 - а) Если идти вниз по движущемуся эскалатору, то на спуск потратишь 1 минуту. Если увеличить собственную скорость в два раза, то спустишься за 45 секунд. За какое время можно спуститься стоя на этом эскалаторе неподвижно?
 - б) Составьте и решите обратную задачу.
8. а) Докажите, что если длины сторон тупоугольного треугольника с углом в 120 градусов образуют арифметическую прогрессию, то они пропорциональны числам 3,5 и 7.
 б) Найдите целочисленные линейные размеры прямоугольного параллелепипеда с диагональю, равной 2018 см.

Желаем удачи!